

Mehrfaktoren-Versuch: Prozesse optimieren

Bei der Entwicklung und Optimierung von Prozessen interessiert der Einfluss von unabhängigen Faktoren (z.B. Maschinenparameter) bezüglich abhängigen Faktoren (z.B. Produkteigenschaften). Die experimentelle Methode des Mehrfaktoren-Versuchs liefert die relevanten und nicht relevanten Faktoren bei einem kleineren Zeitaufwand im Vergleich zur konventionellen Versuchsplanung. Anhand eines Praxisbeispiels wird das Vorgehen vorgestellt.

VON BEAT MOSER

Im Rahmen der Ökobilanz-Verbesserung bei Industriebetrieben oder bei der Konzeption von Neuentwicklungen, sind die Prozesse auch bezüglich Ressourcen- und Energieverbrauch zu optimieren. Um diese Ziele umzusetzen, ist es entscheidend, die relevanten Faktoren (Einflussgrößen, Parameter) des Prozess zu kennen. Ein nachhaltiger Produktionsbetrieb ist daran interessiert, die Maschinen so einzustellen, dass die gewünschten Produktanforderungen erfüllt werden, bei minimalem Ressourcen- und Energieverbrauch. Beim sogenannten Mehrfaktoren-Versuch werden die Einflussgrößen und Parameter in unabhängige Faktoren (z.B. Maschinenparameter wie Geschwindigkeit, Temperatur usw.) und abhängige Faktoren (z.B. Produkteigenschaften) eingeteilt.

Der Mehrfaktoren-Versuch liefert den funktionalen Zusammenhang zwischen unabhängigen und abhängigen Faktoren. Dieses Tool ist effizienter im Vergleich zur konventionellen Methode, welche einen Faktor nach dem anderen in seiner Wirkung analysiert, das heisst, der benötigte Zeitaufwand ist somit beim Mehrfaktoren-Versuch geringer.

Der Mehrfaktoren-Versuch wird jeweils auf zwei Stufen durchgeführt und deshalb auch als 2^n -Versuch bezeichnet, wobei n die Anzahl unabhängige Faktoren definiert:

Beat Moser

Dipl. Ing. ETH, Geschäftsführer des Ingenieurbüros bm (Umwelt + Energie), Wil SG.

- ☞ 2^2 -Versuch (vier Versuche) bei zwei unabhängigen Faktoren
- ☞ 2^3 -Versuch (acht Versuche) bei drei unabhängigen Faktoren
- ☞ 2^4 -Versuch (16 Versuche) bei vier unabhängigen Faktoren usw.

Folgende Fragen beantwortet der universelle Mehrfaktoren-Versuch:

1. Welche unabhängigen Faktoren x haben einen signifikanten, d.h. statistisch gesicherten Einfluss auf die abhängigen Faktoren y ?
2. Welche unabhängigen Faktoren haben keinen signifikanten Einfluss auf die abhängigen Faktoren?
3. Wie gross ist dieser Einfluss der unabhängigen auf die abhängigen Faktoren?
4. Sind Wechselwirkungen vorhanden? (Eine Wechselwirkung besteht dann, wenn der Einfluss auf y von mehreren x (z.B. x_1, x_2) abhängig ist.)
5. Besteht ein linearer Zusammenhang zwischen den unabhängigen und abhängigen Faktoren?

Das Vorgehen wird anhand des Praxisbeispiels Texturiermaschine erklärt.

Die Texturiermaschinen (siehe Foto) produzieren Kräuselgarne, welche beispielsweise für High-Tech Gewebe eingesetzt werden.

Prinzip der Texturierung: Das glatte, synthetische Garn (Spulen rechts im Bild) wird zwischen zwei rotierenden Walzenpaaren mit einer Spindel verdreht (verformt), erhitzt, abgekühlt, zurückgedreht und aufgewickelt (Spulen links im Bild).

Schritt 1: Unabhängige Faktoren festlegen

Bezeichnung: $x_1, x_2, x_3 \dots$

Beispiele: Einstellparameter bei Maschinen und Prozessen (Prozessgeschwindigkeit, Prozesstemperatur usw.).

Schritt 2: Stufen der unabhängigen Faktoren festlegen

In diesem Schritt werden die Stufen von x festgelegt, mit welchen die Versuche gefahren werden.

Stufe 1 = oberer Wert. Bezeichnung im Versuchsplan mit 1.

Stufe -1 = unterer Wert. Bezeichnung im Versuchsplan mit -1 (siehe Tabellen 1 und 2).

Beispiel: Produktionsgeschwindigkeit x_1 : Stufe 1: 84 m/min, Stufe -1: 71 m/min

Schritt 3: Abhängige Faktoren (Zielgrößen) festlegen

Bezeichnung: $y_1, y_2, y_3, y_4 \dots$

Beispiel: Kräuselkontraktion (Eigenschaft des Kräuselgarns, welches sich nach der Entlastung in die ursprüngliche Kräuselform bewegt).

Schritt 4: Versuchsplan erstellen und Versuche durchführen

Die Versuchspläne für das Modellbeispiel Texturiermaschine sind aus Tabellen 1 und 2 ersichtlich:

- ☞ Bezeichnung der einzelnen Versuche mit A, B, C usw.
- ☞ Reihenfolge soll möglichst zufällig erfolgen, um systematische Fehler auszuschliessen

- ☞ Stufen 1 oder -1 von x_1, x_2, x_3, x_4 und deren Kombinationen $x_1x_2, x_1x_3, x_1x_4, \dots$
- ☞ y-Kolonne mit Werten der im Labor gemessenen Kräuselkontraktion
- ☞ Die Hauptwirkung ist die durchschnittliche Änderung von y, aufgrund der Änderung eines einzelnen Faktors x von der Stufe -1 auf Stufe 1, ausgedrückt als Abhängigkeitsmass b_1, b_2, b_3, \dots

Versuchsplan für vier unabhängige Faktoren mit Vermengung: Auch besteht die Möglichkeit einen 4-Faktorenversuch zu vermengen damit nur acht (2^{4-1} -Versuch) statt 16 Versuche (2^4 -Versuch) durchzuführen sind.

Vermengungsansatz: $x_4 = x_1x_2x_3$, d.h. x_4 wird $x_1x_2x_3$ zugeordnet. Die Vermengung ist zulässig, da die Wechselwirkungen höherer Ordnung wie z.B. $x_1x_2x_3$ im Vergleich zu den Hauptwirkungen, mit denen sie vermengt sind, vernachlässigbar klein sind.

Versuchsplan für fünf unabhängige Faktoren mit Vermengung: Ohne Vermengung sind $2^5 = 32$ und mit Vermengung 16 Versuche nötig.

In Tabelle 2 ist der Versuchsplan für den 2^{5-1} -Faktoren-Versuch dargestellt, wobei der Faktor 5 (x_5) mit $x_1x_2x_3x_4$ vermengt ist.

Die Vermengung wird ab fünf und mehr Faktoren empfohlen, da dann die Hauptwirkungen nur mit Vierfach-Wechselwirkungen und die Zweifach-Wechselwirkungen nur mit Dreifach-Wechselwirkungen vermengt sind.

Schritt 5: 0-Versuche durchführen

Mit diesen 0-Versuchen (Mittelwert von 1 und -1 Stufe) kann die Linearität der Funktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, \dots)$ überprüft werden.

Schritt 6: b-Werte berechnen

Sobald alle Daten (Stufenwerte 1/-1 und y-Werte) in den Tabellen 1 und 2 eingegeben sind, berechnet der Online-rechner (siehe www.bmoser.ch/downloads/Mehrfaktorenversuch) die gewünschten Abhängigkeitsmasse $b_1, b_2, b_3, b_{12}, \dots$

Formeln für b-Berechnung von drei Faktoren:

$$b_1 = (-y_A + y_B - y_C + y_D - y_E + y_F - y_G + y_H) / 8 : \text{Einfluss von } x_1$$

$$b_2 = (-y_A - y_B + y_C + y_D - y_E - y_F + y_G + y_H) / 8 : \text{Einfluss von } x_2$$

$$b_3 = (-y_A - y_B - y_C - y_D + y_E + y_F + y_G + y_H) / 8 : \text{Einfluss von } x_3$$

$$b_{12} = (y_A - y_B - y_C + y_D + y_E - y_F - y_G + y_H) / 8 : \text{Einfluss von } x_{12} \text{ usw.}$$



Texturiermaschinen der Firma Bäumlin und Ernst AG in Wattwil.

Schritt 7: Signifikanz der b-Werte bestimmen

Ist kein Einfluss von x auf y vorhanden, sind die b-Werte theoretisch Null. Aufgrund der Versuchsstreuung sind die b-Werte jedoch grösser Null. Der Einfluss von x auf y ist dann signifikant (statistisch gesichert), wenn dieser von der Gauss'schen Normalverteilung* abweicht. Je grösser der b-Wert ist, desto signifikanter ist dieser Wert. Die Auswertung erfolgt grafisch, indem die absoluten b-Werte der Grösse nach eingezeichnet werden (siehe Grafik 1 und 2). Alle nicht signifikanten b-Werte liegen annähernd auf einer Geraden, welche ebenfalls eingezeichnet wird. Diejenigen b-Werte, welche eindeutig rechts der Geraden liegen, sind signifikant, das heisst, diese x beeinflussen eindeutig die y. Die Grafiken sind für eigene Auswertungen unter www.bmoser.ch/downloads/Mehrfaktorenversuch downloadbar.

(*Die Glockenkurve der Normalverteilung erscheint im logarithmischen Wahrscheinlichkeitsnetz als Gerade.)

Schritt 8: Signifikante Haupt- und Wechselwirkungen darstellen (optional)

Hauptwirkungen: Aus Grafik 3 ist für das Modellbeispiel Texturiermaschine der Zusammenhang zwischen den signifikanten unabhängigen Faktoren x und den abhängigen Faktoren y ersichtlich.

Die Geraden werden durch folgende Punkte definiert:

- ☞ Gerade der Hauptwirkung x_1 : Punkt A: $42,75\% - 9,375\% = 33,375\%$ und Punkt $42,75\%*$

- ☞ Gerade der Hauptwirkung x_3 : Punkt B: $42,75\% - (-6,875\%) = 49,625\%$ und Punkt $42,75\%$
- ☞ Gerade der Hauptwirkung x_4 : Punkt C: $42,75\% - (-4,875\%) = 47,625\%$ und Punkt $42,75\%$

*aus Tabelle 2

Wechselwirkungen: In Grafik 4 ist die signifikante Wechselwirkung b_{13} dargestellt. Die Bestimmung der beiden Geraden $x_{3,1}$ (x_3 auf Stufe 1) und $x_{3,-1}$ (x_3 auf Stufe -1) erfolgt anhand der mittleren y-Werte der entsprechenden Stufen gemäss Tabelle 2:

$$\text{Punkt A: } 28+34+32+30 / 4 = 31,00\%$$

$$\text{Punkt B: } 54+31+33+45 / 4 = 40,75\%$$

$$\text{Punkt C: } 39+32+30+42 / 4 = 35,75\%$$

$$\text{Punkt D: } 58+69+66+61 / 4 = 63,50\%$$

Schlussfolgerungen

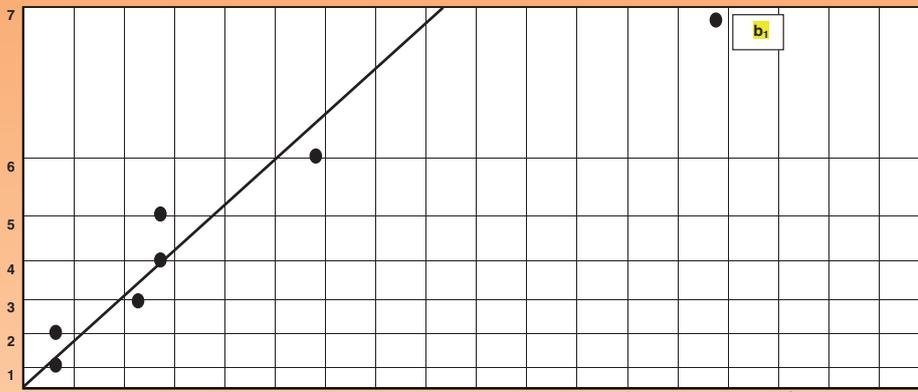
Beim vorgestellten Referenzbeispiel «Produktion von Kräuselgarnen» konnten mit dem Mehrfaktoren-Versuch die signifikanten unabhängigen Faktoren Prozesstemperatur, Prozessgeschwindigkeit und Spindeldrehzahl bestimmt werden, welche den grössten Einfluss auf die Kräuselkontraktion haben. Somit sind die wichtigsten Optimierungsparameter bekannt.

Im Rahmen des Energiemanagements des Betriebes können in einer zweiten Phase diese signifikanten Faktoren weiter detailliert analysiert werden, um den Energieverbrauch zu reduzieren, bei gleichzeitiger Sicherstellung der gewünschten Produkteigenschaften. ●

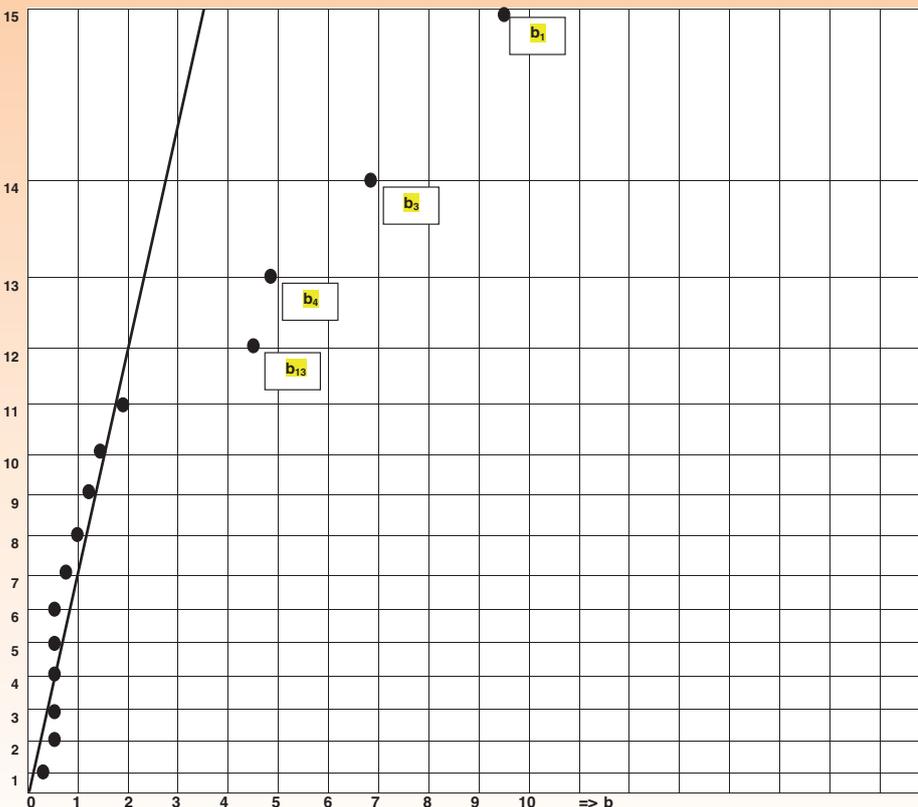
V	RF	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₁ x ₂	x ₁ x ₃	x ₁ x ₄	x ₂ x ₃	x ₂ x ₄	x ₃ x ₄	x ₁ x ₂ x ₃	x ₁ x ₂ x ₄	x ₁ x ₃ x ₄	x ₂ x ₃ x ₄	x ₁ x ₂ x ₃ x ₄ = x ₅	y (%)
A	9	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	39
B	5	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	58
C	12	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	32
D	8	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	69
E	15	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	28
F	2	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	54
G	16	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	34
H	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	31
J	10	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	30
K	7	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	66
L	11	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	42
M	6	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	61
N	3	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	32
O	13	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	33
P	4	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	30
Q	14	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	45
		b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₁₂	b ₁₃	b ₁₄	b ₂₃	b ₂₄	b ₃₄	b ₁₂₃	b ₁₂₄	b ₁₃₄	b ₂₃₄	b ₁₂₃₄	b ₀
		9.375	0.25	-6.875	-4.875	-0.875	-4.5	-1.5	-1.125	0.375	-0.5	-1	0.5	-1.875	0.5	0.375	42.75

V Versuch
 RF Reihenfolge
 x₁ Prozesstemperatur: Stufe -1: 185 °C, Stufe 1: 225 °C
 x₂ Aufwickel-Zugkraft: Stufe -1: 1 cN, Stufe 1: 25 cN (1cN = 1/100 Newton)
 x₃ Prozessgeschwindigkeit: Stufe -1: 71 m/min, Stufe 1: 84 m/min
 x₄ Spindeldrehzahl: Stufe -1: 260'000 U/min, Stufe 1: 306'000 U/min
 x₅ Vorlauf: Stufe -1: 0 %, Stufe 1: 8 %, x₅ ist vermengt mit x₁x₂x₃x₄
 y Kräuselkontraktion (%), Mass für Fadenelastizität und Garnvolumen
 b₁, b₂ usw. Abhängigkeitsmass
 b₀ Mittelwert von y

Tabelle 2: Versuchsplan für fünf Faktoren.



Grafik 1: Halbnormalverteilung für drei Faktoren.

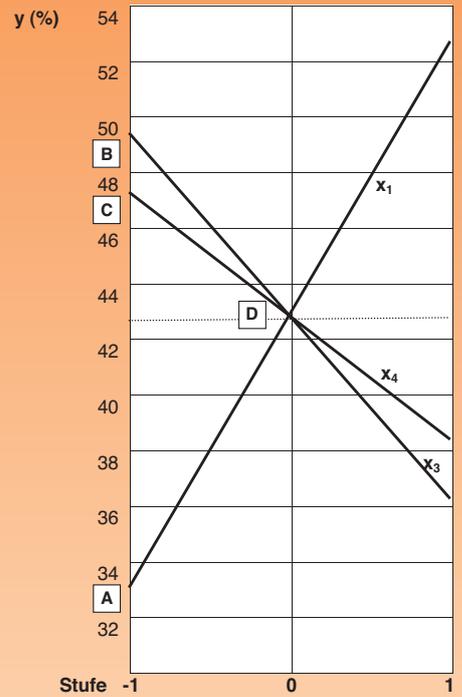


Grafik 2: Halbnormalverteilung für fünf Faktoren.

V	RF	x ₁	x ₂	x ₃	x ₁ x ₂	x ₁ x ₃	x ₂ x ₃	x ₁ x ₂ x ₃	y (%)
A	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	20
B	5	1	-1	-1	-1	-1	1	1	30
C	6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	10
D	2	1	1	-1	1	-1	-1	-1	23
E	7	-1	-1	1	1	-1	-1	1	17
F	3	1	1	1	-1	1	-1	-1	33
G	4	-1	1	1	-1	-1	1	-1	14
H	8	1	1	1	1	1	1	1	30
		b ₁	b ₂	b ₃	b ₁₂	b ₁₃	b ₂₃	b ₁₂₃	b ₀
		6.875	-2.875	1.375	0.375	1.125	1.375	-0.375	22.125

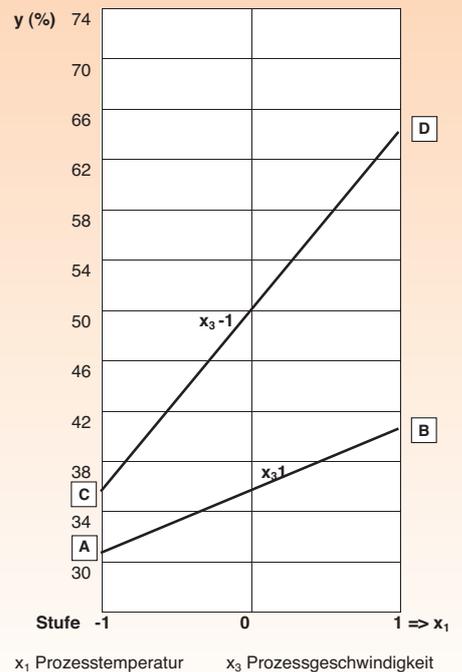
V Versuch
 RF Reihenfolge
 x₁ Prozesstemperatur: Stufe -1: 185 °C, Stufe 1: 225 °C
 x₂ Prozessgeschwindigkeit: Stufe -1: 71 m/min, Stufe 1: 84 m/min
 x₃ Spindeldrehzahl: Stufe -1: 260'000 U/min, Stufe 1: 306'000 U/min
 y Kräuselkontraktion (%)
 b₁, b₂ usw. Abhängigkeitsmass
 b₀ Mittelwert von y

Tabelle 1: Versuchsplan für drei Faktoren.



x₁ Prozesstemperatur
 x₂ Prozessgeschwindigkeit
 x₃ Spindeldrehzahl
 y Kräuselkontraktion, Mittelwert
 b₀ = 42.75% => Punkt D

Grafik 3: Hauptwirkungen.



x₁ Prozesstemperatur x₂ Prozessgeschwindigkeit

Grafik 4: Wechselwirkungen.